
MACCHINE E MECCANISMI

Rendimento di una Macchina
(efficiency or performance)

Rendimento di una Macchina

Le forze agenti su una macchina vengono classificate secondo diversi punti di vista:

(the forces acting in a machine are classified as follows:)

- **Motrici**: se nel movimento della macchina compie lavoro positivo (driving force: positive work)
- **Resistenti**: se nel movimento della macchina compie lavoro negativo (resistance: negative work)
- **Interne**: nascono nel contatto fra i membri della macchina (internal: they arise from the contact between components of the machine)
- **Esterne**: derivano dall'azione di corpi esterni alla macchina o dall'azione di campi di forze (peso, inerzia) (external: they are due to external causes)

Quando due corpi a contatto si muovono di moto relativo nasce una forza mutua la cui componente che giace sul piano tangente, è diretta come la velocità relativa e di verso tale da ostacolare il moto relativo; tale componente è dovuta all'attrito. (in the condition of relative motion between two bodies, the force due to the friction opposes the relative motion, resulting in a loss of energy)

La componente d'attrito costituisce una resistenza passiva e durante il moto compie lavoro negativo, cioè dissipa energia. Il **rendimento** è un indice che ci permette di valutare l'energia spesa per attrito. (the efficiency allows us to evaluate the loss of energy due to friction)

Rendimento di una Macchina

Consideriamo una macchina alla quale siano applicate dall'esterno una o più forze (o coppie) resistenti e una o più forze (o coppie) motrici, aventi membri a contatto e quindi soggetti ad attrito, funzionanti comunque per un determinato periodo di tempo.

Consider a machine to which are applied from the outside one or more forces (or pairs) resistant and one or more forces (or pairs) drive, having members in contact, and then subject to friction, however, functioning for a certain period of time.

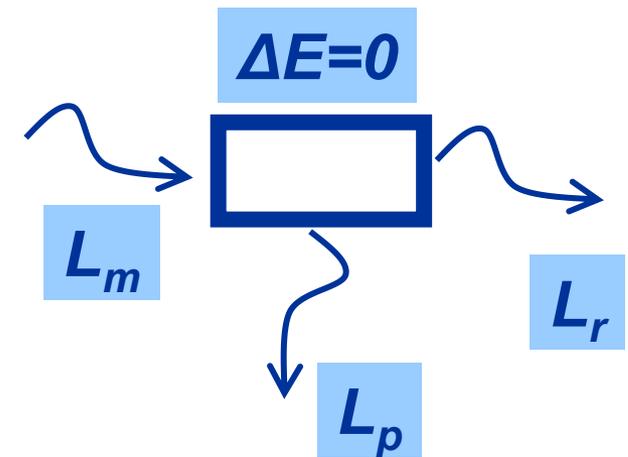
L_m lavoro erogato dalle forze motrici (positive work)

L_r lavoro assorbito dalle forze resistenti (negative work)

L_p lavoro assorbito dalle forze di attrito (work lost by friction)

E energia cinetica (totale) della macchina
(total kinetic energy)

Trascurando le variazioni di energia interna (elastica)



$$L_m - L_r - L_p = \Delta E$$

La somma algebrica dei lavori compiuti in un certo intervallo di tempo è uguale alla variazione subita dall'energia cinetica.

The sum of the work done in a certain time interval is equal to the change by the kinetic energy.

Rendimento di una Macchina

Se $\Delta E = 0$ $L_m - L_r - L_p = 0$ => $L_m = L_r + L_p$

Se $\Delta E = 0$ *costantemente* la macchina funziona in condizioni di regime assoluto. (steady state)

Se $\Delta E > 0$ *avviamento* (starting state)

Se $\Delta E < 0$ *arresto* (arrest)

Rendimento di una Macchina

Considerando una macchina funzionante in condizioni di regime ($\Delta E = 0$) definiamo il rendimento η di una macchina come il rapporto tra il lavoro delle forze resistenti e il lavoro delle forze motrici.

Considering a machine operating in steady state ($\Delta E = 0$) we define the efficiency η of a car as the relationship between the work of the resistant forces and the work of the driving forces.

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} < 1 \quad < 0 \quad \text{impossibilità di movimento}$$

(motion is not possible)

L_{mo} lavoro motore richiesto in assenza di attrito (situazione ideale) $\Rightarrow L_{mo} = L_r$

$$\eta = \frac{L_{mo}}{L_m}$$

P_0 forza motrice in condizioni ideali (ideal driving force)

$$\eta = \frac{P_0}{P}$$

P forza motrice in presenza di attrito (driving force in real conditions, without friction)

Perdita di Rendimento nel Moto Diretto

Perdita di rendimento

Loss of performance

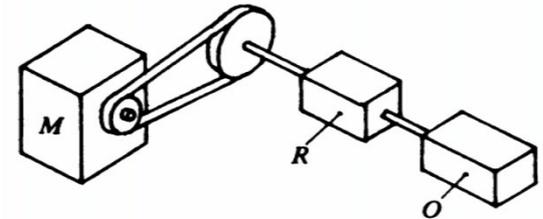
$$1 - \eta = \frac{L_p}{L_m}$$

Relazione più immediata che facilita anche la valutazione di η poiché la relazione per il calcolo di $(1-\eta)$ permette nel calcolo di L_p e L_m l'introduzione di espressioni approssimate, più maneggevoli di quelle esatte. Infatti eventuali errori commessi nel calcolo di L_p e L_m incidono poco nel calcolo di $(1-\eta)$ specie per η elevato ~ 1

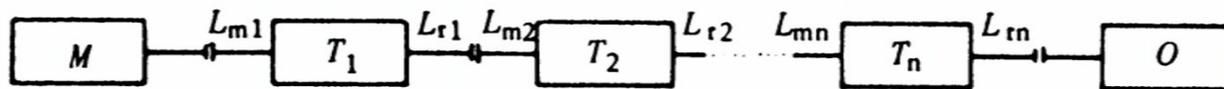
any errors in the calculation of L_p and L_m have little influence in the calculation of $(1-\eta)$, especially for high η (~ 1).

Rendimento di Macchine in Serie (**series**)

Un motore **M** pone in moto una macchina operatrice **O**, tramite dispositivi intermedi, una disposizione del genere è detta in serie



Lo schema di macchine in serie in generale si riduce al seguente:



L_{r1} lavoro resistente utile compiuto dalla macchina T_1

L_{m2} lavoro motore erogato dalla macchina T_2

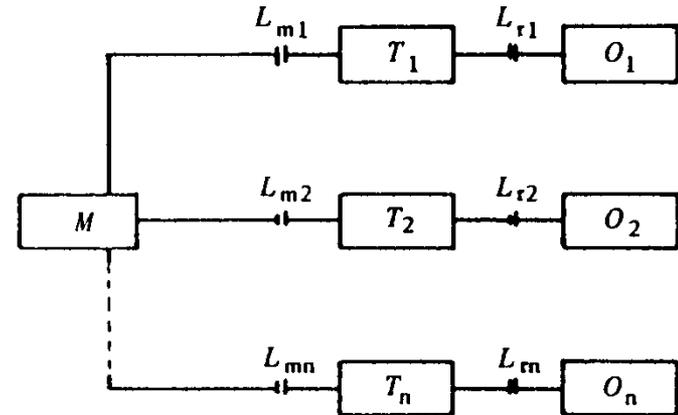
$$\rightarrow L_{r1} = L_{m2}$$

$$\eta = \frac{L_{r_n}}{L_{m_1}} = \frac{L_{r_1}}{L_{m_1}} \cdot \frac{L_{r_2}}{L_{m_2}} \cdot \dots \cdot \frac{L_{r_n}}{L_{m_n}} \rightarrow \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

Il rendimento della serie di n componenti è uguale al prodotto degli n rendimenti parziali di ciascun componente (the global efficiency is given by the product of the efficiency)

Rendimento di Macchine in Parallelo (disposition in parallel)

Più macchine operatrici O_1, O_2, \dots, O_n ricevono potenza da uno stesso motore; ciascuno dei rami della trasmissione è percorso da una parte della potenza erogata dal motore.



$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{r_1} + L_{r_2} + \dots + L_{r_n}}{L_{m_1} + L_{m_2} + \dots + L_{m_n}} \longrightarrow \eta = \frac{L_{m_1} \eta_1 + L_{m_2} \eta_2 + \dots + L_{m_n} \eta_n}{L_m}$$

Il rendimento del complesso è pari alla media ponderata del rendimento dei singoli componenti con pesi i lavori motori

The efficiency of the complex is equal to the weighted average of the performance of individual components with weights engines work

Rendimento di Macchine in Serie e in Parallelo

Serie: il rendimento complessivo risente del rendimento di ciascun componente.

Series: The overall efficiency reflects the performance of each component.

Parallelo: sul rendimento complessivo influiscono decisamente soltanto i rendimenti dei componenti che assorbono una sensibile aliquota della potenza erogata dal motore.

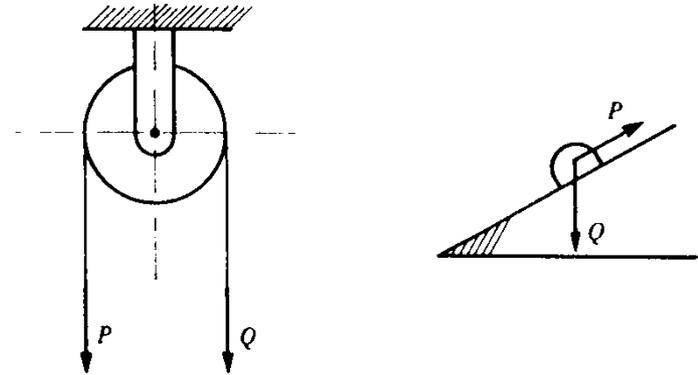
Parallel: on the overall performance only have an impact performance of the components which absorb a significant aliquot of the power delivered by the engine.

Moto Retrogrado (retrograde motion)

Consideriamo delle macchine semplici:

P forza motrice (driving motion)

Q forza resistente (resistance)



Se in una condizione di funzionamento a regime la forza motrice si riduce di intensità può accadere che: (if the driving force reduces:)

- la macchina si arresta e si mette successivamente in movimento in senso opposto sotto l'azione della forza Q divenuta forza motrice → **ammette moto retrogrado** (the direction of motion changes, the retrograde motion is possible)
- il sistema arrendendosi rimane in quiete comunque si riduca P fino ad annullarsi in questo caso → **il sistema non ammette moto retrogrado** (the system stops, retrograde motion is not possible)

La prima situazione si ha nella **carrucola** essendo una macchina ad elevato rendimento nel moto diretto.

La seconda situazione si può riscontrare nel **piano inclinato** essendo macchina a basso rendimento nel moto diretto.

Rendimento nel Moto Retrogrado

(efficiency in retrograde motion)

Consideriamo una macchina in cui è ammesso il moto retrogrado, il rendimento nel moto retrogrado η' è definito come:

L'_r lavoro resistente nel moto retrogrado
 L'_m lavoro motore erogato nel moto retrogrado

$$\rightarrow \eta' = \frac{L'_r}{L'_m}$$

Essendo Q la nuova forza motrice si ha: $L'_m = L_r$

$$\rightarrow \eta' = \frac{L'_r}{L_r}$$

L'_p lavoro perso per attrito nel moto retrogrado

$$1 - \eta' = \frac{L'_p}{L_r}$$

Perdita di rendimento
nel moto retrogrado

Perdita di Rendimento nel Moto Retrogrado

Perdita di rendimento nel moto diretto

$$1 - \eta = \frac{L_p}{L_m}$$



$$\frac{1 - \eta'}{1 - \eta} = \frac{L'_p}{L_r} \cdot \frac{L_m}{L_p} = \frac{L'_p}{L_p} \cdot \frac{1}{\eta}$$

Perdita di rendimento nel moto retrogrado

$$1 - \eta' = \frac{L'_p}{L_r}$$

posto $k = \frac{L'_p}{L_p} \longrightarrow \frac{1 - \eta'}{1 - \eta} = k \cdot \frac{1}{\eta}$

$$\eta' = \frac{\eta(1 + k) - k}{\eta}$$

Perdita di Rendimento nel Moto Retrogrado

Se $\eta' < 0$ non è ammesso moto retrogrado

$$\eta(1+k) - k < 0 \quad \longrightarrow \quad \eta < \frac{k}{k+1} \quad \text{con } k \sim 1$$

$\eta' < 0$ se $\eta < \frac{1}{2}$ \rightarrow *il sistema non ammette moto retrogrado*
(no retrograde motion)

$\eta' > 0$ per $\eta > \frac{1}{2}$ \rightarrow *il sistema ammette moto retrogrado*
(retrograde motion is possible)