
CINGHIE

transmission o driving belt

Cinghie, Trasmissione del moto, Catene

Cinghie

Vengono normalmente usate per trasmettere il moto tra assi paralleli posti ad una certa distanza.

Are normally used to transmit motion between parallel axes placed at a certain distance.

- si può trasmettere il moto tra assi molto distanti tra loro (**long distance**);
- il rapporto di trasmissione non è costante a causa dello scorrimento tra cinghia e puleggia (**not constant τ**);
- usando cinghie a V e pulegge costruite in modo particolare si può ottenere una variazione di τ ; **variation of τ** ;

Cinghie

- la trasmissione a cinghie richiede sempre un certo aggiustaggio dei centri degli assi (the belt drive requires some adjustment of the centers);
- impiegando pulegge a scalini si ottiene un mezzo economico per variare il rapporto di trasmissione in modo discontinuo tra due alberi (employing pulleys steps you get an economical means for varying the transmission ratio in a discontinuous manner between two trees);
- è possibile far funzionare una trasmissione a cinghia ugualmente bene come riduttrice o moltiplicatrice di velocità (you can run a belt drive equally well as reducing speed or multiplier).

Tipologie di cinghie:

Types of belts

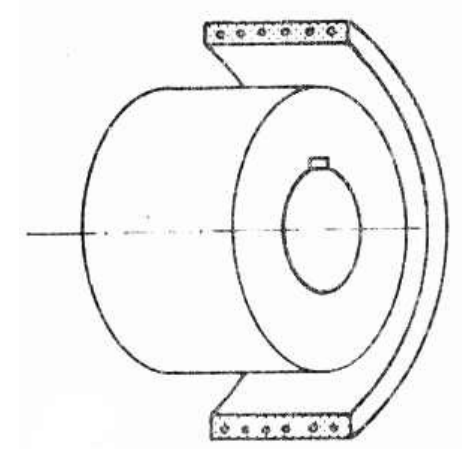
- cinghie piane flat Belts
- cinghie rotonde round belts
- cinghie a V V-belts
- cinghie a costole ribbed belts
- cinghie a denti toothed belts

Tipi di cinghie

Cinghie piane

flat Belts

offrono una notevole flessibilità e possono essere usate sia per la normale trasmissione del moto tra assi paralleli sia quando la cinghia debba effettuare particolari percorsi a serpentino.



Sono generalmente di **cuoio**, di **gomma** o di **materia plastica**
leather, rubber, plastic

Le cinghie di **cuoio** sono usate per velocità moderate, fino a 30 m/s, e per potenze fino a 400 kW, con rapporti di trasmissione fino a 16:1 **The leather straps are used to moderate speeds, up to 30 m / s, and for powers up to 400 kW with gear ratios up to 16:1**

Tipi di cinghie

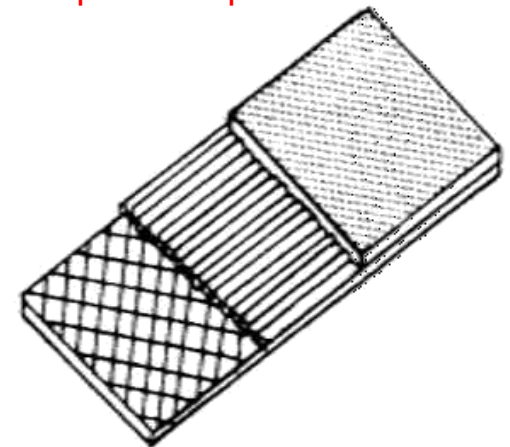
Cinghie piane

Le cinghie di **gomma**, il tipo più economico di cinghie piane, sono formate da uno o più strati di gomma. Funzionano per velocità fino a 30 m/s e trasmettono potenze fino 250 kW. They work for speeds up to 30 m / s and transmit powers up to 250 kW.

Una versione più robusta delle cinghie in gomma può essere realizzata utilizzando uno o più strati di cavi annegati nella gomma. In tal caso con una cinghia di sezione piccola si ottiene una notevole resistenza della stessa alla trazione.

Funzionano per velocità variabili tra 50 e 75 m/s, e trasmettono potenze fino a 400 kW.

Vengono usate in applicazioni medie quali piccole macchine utensili, mole, lavatrici, macchine agricole di media potenza, e così via.



Tipi di cinghie

Cinghie piane

Le cinghie piane di **materia plastica** sono costituite da sottili strati di poliestere e vengono utilizzate quando le potenze da trasmettere non superano i 10 kW e quando si richieda grande leggerezza della trasmissione.

Belts a plastics are made from thin layers of polyester and are used when the powers to be transferred does not exceed 10 kW and when you require extremely light transmission

Accanto ad esse si trovano cinghie rinforzate formate da uno strato di nylon o di poliammide ricoperto da gomma o da altro materiale plastico.

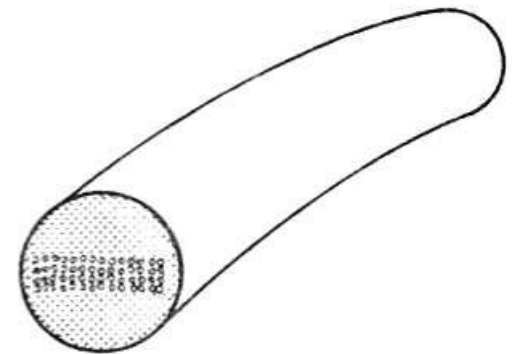
Queste ultime cinghie possono operare a grandissima velocità, fino a 200 m/s.

Tipi di cinghie

Cinghie rotonde

sono normalmente di gomma e possono essere rinforzate con uno o più cavi metallici.

Vengono utilizzate soprattutto in applicazioni leggere quali trapani ad alta velocità, macchine da cucire, e così via.



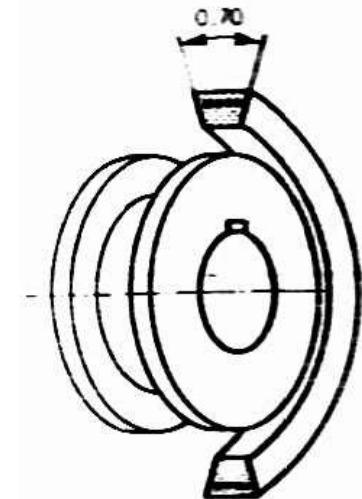
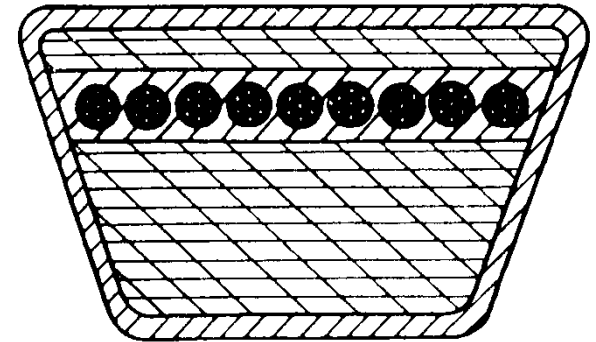
Tipi di cinghie

Cinghie a V V-belts

sono normalmente costituite da una serie di cavi immersi in uno strato di materiale plastico che, oltre a fungere da supporto, mantiene i cavi stessi nella loro posizione corretta.

Normally consist of a series of cables immersed in a layer of plastic material that, in addition to act as a support, keeps the cables themselves in their correct position

Il materiale plastico è a sua volta compreso entro due strati di gomma chiusi esternamente da una guaina anch'essa generalmente di gomma.



Tipi di cinghie

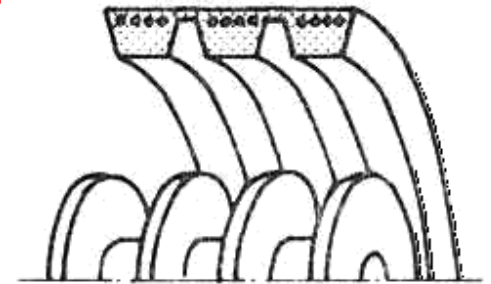
Cinghie a V

V-belts

Le cinghie a V funzionano normalmente a velocità variabili tra 7 e 30 m/s e con rapporti di trasmissione fino a 7:1; cinghie a V strette e cinghie di poliuretano possono funzionare fino a velocità di 50 m/s. V-belts usually operate at variable speeds between 7 and 30 m / s with gear ratios up to 7:1, V-belts, narrow belts of polyurethane can be operated at speeds up to 50 m / s.

I principali vantaggi delle cinghie a V sono la lunga durata (mediamente 3÷5 anni), la facilità di installazione, la silenziosità e la facile manutenzione, oltre alla capacità di assorbimento degli urti come in quasi tutte le cinghie. The main advantages of V-belts are the long-term (on average 3 to 5 years), ease of installation, low noise and easy maintenance, and the ability to absorb shocks as in almost all the straps.

In numerose applicazioni, quando la potenza da trasmettere è elevata, si utilizzano più cinghie a V in parallelo che si avvolgono su altrettante gole ricavate nella stessa puleggia.



Tipi di cinghie

Cinghie a V

V-belts

Equazione di equilibrio alla traslazione:

Equilibrium equation to the translation:

$$N = 2N' \sin \frac{\alpha}{2}$$

la forza tangenziale complessiva:

the total tangential force

$$T = 2f N' \quad T = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{2}} N$$

per effetto della forma a V della cinghia si ha un coefficiente d'attrito equivalente

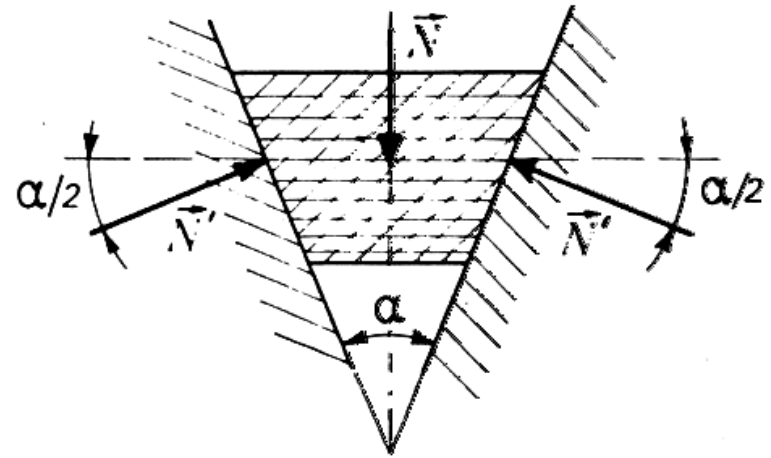
due to the V-shape of belt has a friction coefficient equivalent

$$f' = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

per una cinghia piana:

for a flat belt:

$$\alpha = 180^\circ \quad f' = f$$



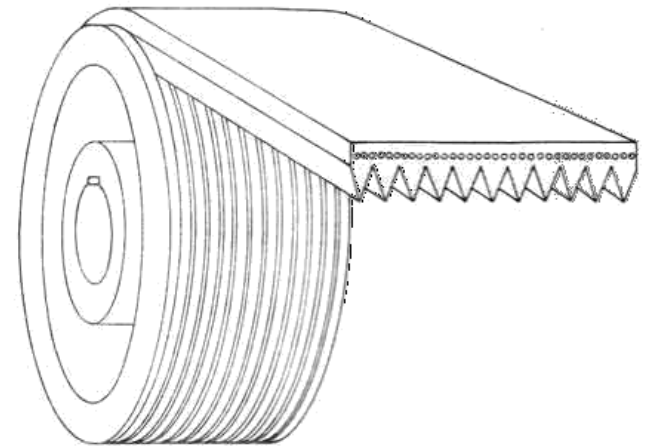
Tipi di cinghie

- **Cinghie a costole** ribbed belts

sono essenzialmente cinghie a V multiple con l'unica differenza che le varie costole a V sono ricavate in un'unica cinghia.

Le cinghie a costole uniscono la robustezza e semplicità della cinghia piana con l'elevato coefficiente di attrito delle cinghie a V.

Non sono raccomandate nelle applicazioni in cui le costole della cinghia possono strisciare una contro l'altra.

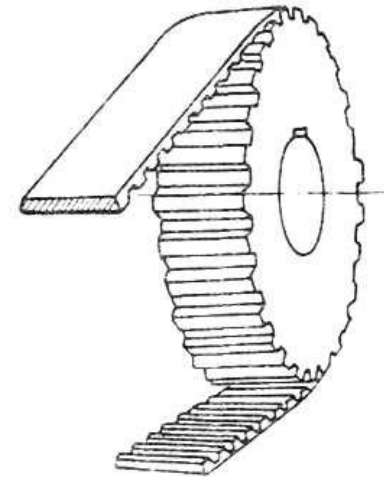
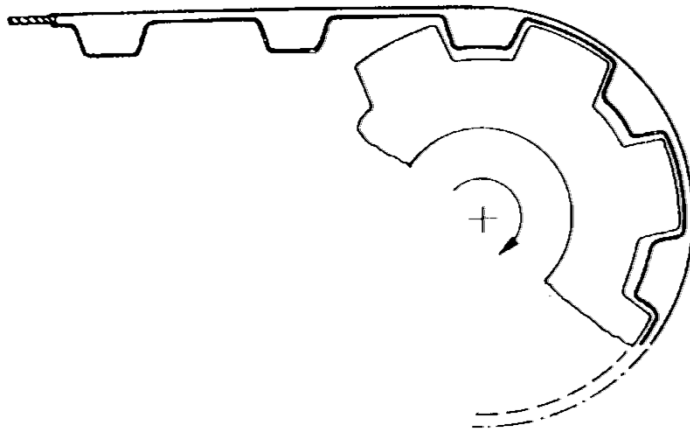


Tipi di cinghie

Cinghie a denti

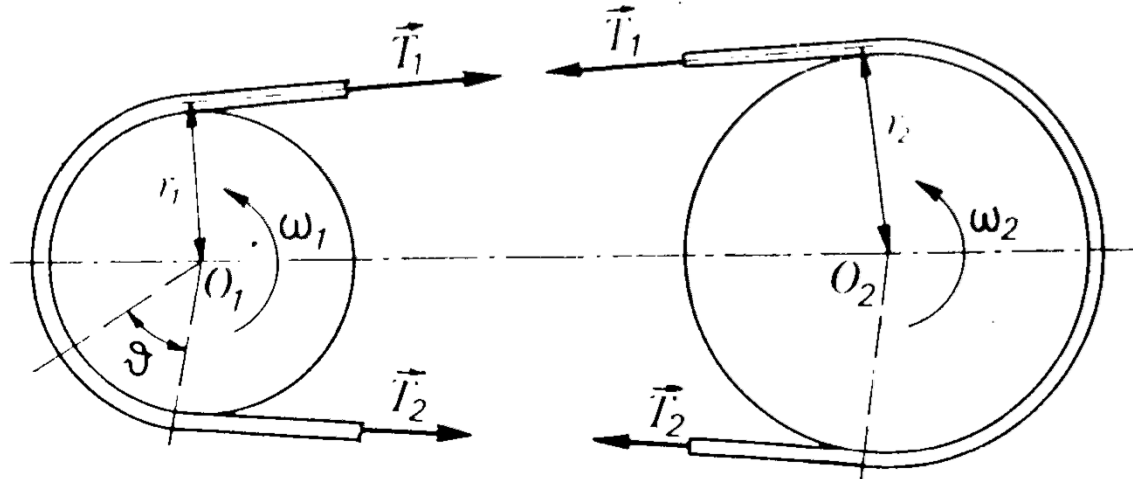
toothed belts

Trasmettono la potenza meccanica mediante forze normali. Transmit mechanical power through normal forces.



Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Belt transmission between parallel axes with pulleys



θ angolo generico misurato a partire dal punto in cui vi è $T_{min}=T_2$;

T_1 tensione massima (**max tension**);

f coefficiente d'attrito;

r raggio pulegge;

q massa per unità di lunghezza (**mass for unit of lenght**);

ω velocità angolare della puleggia (**angular velocity of pulley**).

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Equazione di equilibrio dell'elemento cinghia secondo la direzione normale:

Equation of equilibrium of the element belt according to the normal direction

$$-T \sin\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) + q \frac{V^2}{r} ds + dF_N - (T + dT) \sin\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) = 0$$

e secondo la direzione tangenziale:

and according to the tangential direction:

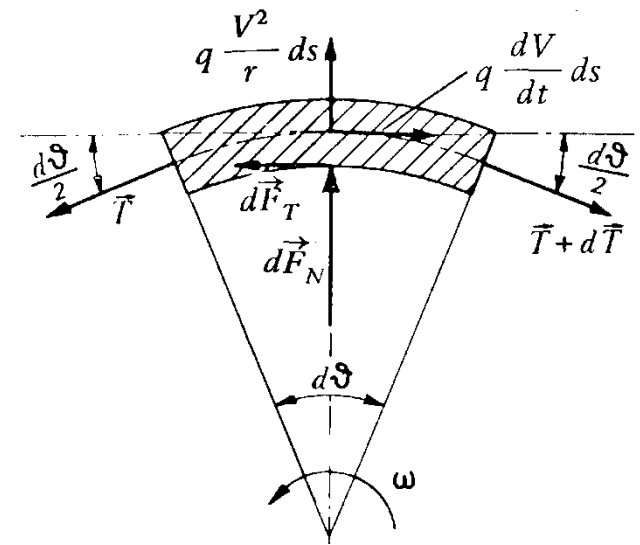
$$-T \cos\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) - dF_T + q \frac{dV}{dt} ds + (T + dT) \cos\left(\frac{d\vartheta}{2}\right) = 0$$

condizioni d'attrito: $dF_T = f dF_N$

relazione geometrica: $ds = r d\vartheta$

poiché $d\vartheta$ e dT sono due infinitesimi:

$\sin(d\vartheta) = d\vartheta$, $\cos(d\vartheta) = 1$ e $dT \cdot d\vartheta$ é trascurabile.



Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

e quindi si ottiene:

$$dF_N = (T - qV^2) d\vartheta \quad dF_T = f dF_N = f (T - qV^2) d\vartheta$$

e infine

$$dT = f d\vartheta \left(T - qV^2 - q \frac{r}{f} \frac{dV}{dt} \right)$$

Integrando tra 0 e ϑ si ottiene l'equazione fondamentale della trasmissione del moto mediante attrito fra una cinghia e una puleggia motrice (**drive pulley**):

$$\frac{T - qV^2 - q \frac{r}{f} \frac{dV}{dT}}{T_2 - qV^2 - q \frac{r}{f} \frac{dV}{dT}} = e^{f\vartheta}$$

Per una puleggia condotta si ottiene in modo analogo (**resistant pulley**):

$$\frac{T - qV^2 + q \frac{r}{f} \frac{dV}{dT}}{T_2 - qV^2 + q \frac{r}{f} \frac{dV}{dT}} = e^{f\vartheta}$$

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Il termine dovuto alla componente tangenziale della forza d'inerzia è generalmente trascurabile; per cui sia per le pulegge motrici sia per le pulegge condotte si ha:

$$\frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\vartheta}$$

Legame funzionale tra le tensioni massima T_1 e minima T_2 esistenti nella cinghia:

$$\frac{T_1 - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\vartheta^*}$$

e trascurando il termine dovuto alla forza centrifuga:

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\vartheta}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\vartheta^*}$$

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Si consideri un tratto infinitesimo di cinghia soggetto ad una tensione T , siano:

- (dl_0) lunghezza di tratto infinitesimo della cinghia;
- A area infinitesima della cinghia;
- E modulo di elasticità normale;
- V velocità della cinghia nella sezione in cui è applicata T .

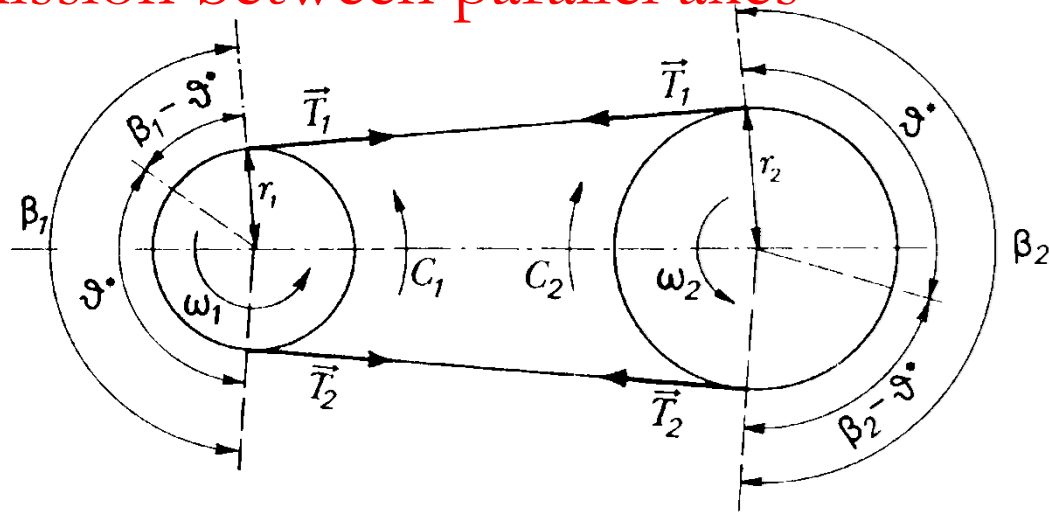
$$\delta(dl_0) = \frac{(dl_0)T}{EA}$$

e il tempo dt necessario al tratto $dl = dl_0 + \delta(dl_0)$ per passare attraverso la sezione considerata:

$$dt = \frac{dl_0 + \delta(dl_0)}{V} \quad \text{cioè} \quad dt = \frac{dl_0 \left(1 + \frac{T}{EA}\right)}{V}$$

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Belt transmission between parallel axes



Se $T_1 > T_2$:

$$\begin{cases} C_1 = (T_1 - T_2)r_1 \\ C_2 = (T_1 - T_2)r_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = T_2(e^{f\vartheta^\circ} - 1)r_1 \\ C_2 = T_2(e^{f\vartheta^\circ} - 1)r_2 \end{cases}$$

sia T_2 nota; la T_1 si ricava da:

$$T_1 = T_2 e^{f\vartheta^\circ}$$

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

se C_l è piccola, $\theta < \beta_1$, e lungo l'arco di aderenza, dove T_l è massima, si avrà:

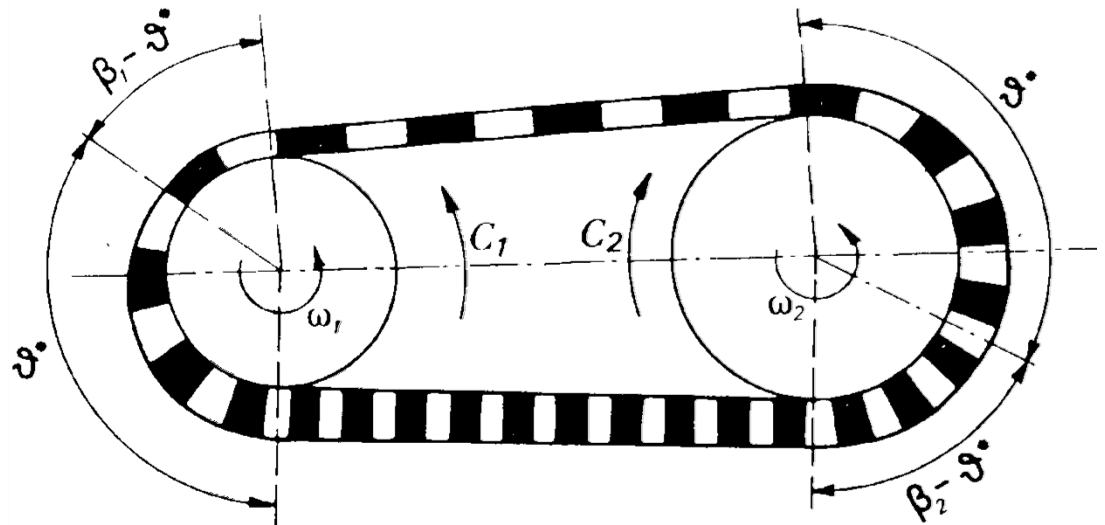
$$V_1 = \frac{dl_0}{dt} \left(1 + \frac{T_1}{EA} \right) = r_1 \omega_1$$

mentre lungo l'arco di scorrimento:

$$V_2 = r_1 \omega_1 \frac{1 + \frac{T_2}{EA}}{1 + \frac{T_1}{EA}}$$

Nella puleggia condotta:

$$\omega_2 = \frac{V_2}{r_2}$$



Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Se la coppia motrice C_1 aumenta oltre il valore limite corrispondente alla condizione di scorrimento globale, cioè:

$$(C_1)_{\text{lim}} = T_2 \left(e^{f\beta_1} - 1 \right) r_1$$

la puleggia 1 accelera con $\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{C_1 - (C_1)_{\text{lim}}}{I_1}$ e $T_1 = \text{costante}$

Rapporto di trasmissione:

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{V_2}{r_2} \frac{r_1}{V_1} = \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{1 + T_2/EA}{1 + T_1/EA} \right)$$

essendo $T_1 > T_2$ $(1 + T_2/EA)/(1 + T_1/EA) < 1 \Rightarrow \tau < r_1/r_2$

in prima approssimazione: $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cong \frac{r_1}{r_2}$

Trasmissione a cinghia tra assi paralleli

Rendimento:

efficiency

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1} \quad \Rightarrow \quad \eta = \left(1 + \frac{T_2}{EA}\right) / \left(1 + \frac{T_1}{EA}\right)$$

il rendimento teorico di una cinghia è alto (mediamente 0,95)

Il rendimento effettivo sarà inferiore a causa di:

- dissipazione della potenza nei supporti delle pulegge;
- effetto ventilante;
- deficiente flessibilità della cinghia.

La potenza meccanica persa per la terza causa vale:

$$W = K \frac{s^2 b}{D} \left(\frac{\alpha}{180} \right) V$$

Forzamento della cinghia

forcing the belt

Per rendere possibile la trasmissione del moto occorre mantenere un certo valore minimo della tensione T_0 nei rami liberi della cinghia anche in condizioni statiche (**catenary**).

Se la distanza tra le puleggia è grande, il peso è sufficiente:

$$L - l = \frac{2q^2 g^2 l^3}{24T_0^2}$$

oppure mediante l'ausilio di due tipi di sistemi:

A) sistemi a base motore mobile (Mobile base machine):

- 1. a gravità (gravity)*
- 2. a molla (spring)*
- 3. a base scorrevole (sliding base)*

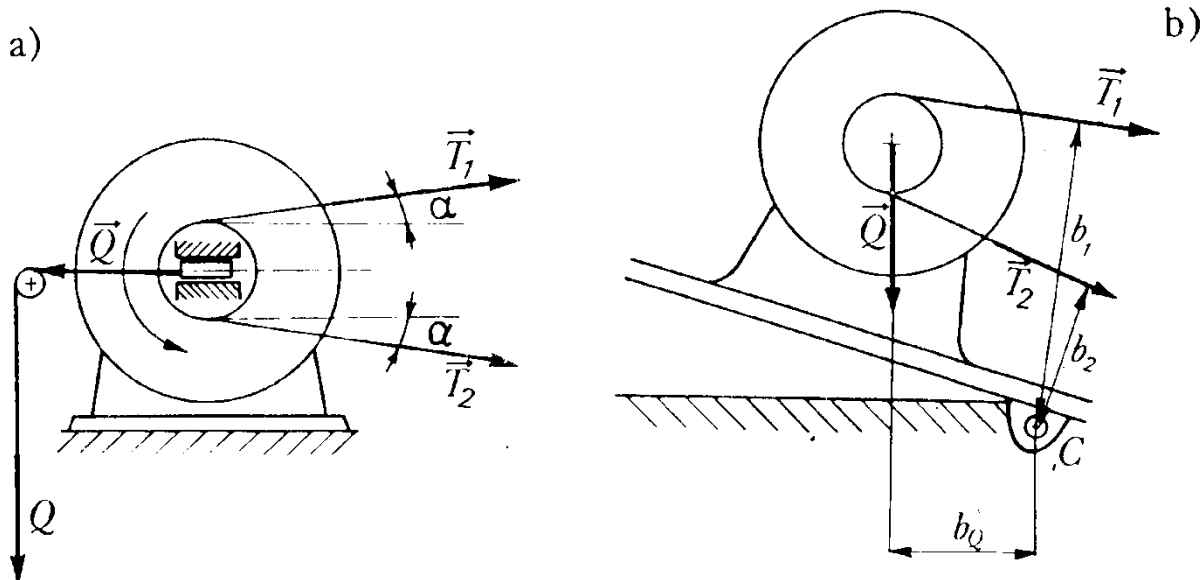
B) Sistemi a rullo tenditore (roller tensioner):

Forzamento della cinghia

A gravità

$$Q = (T_1 + T_2) \cos \alpha$$

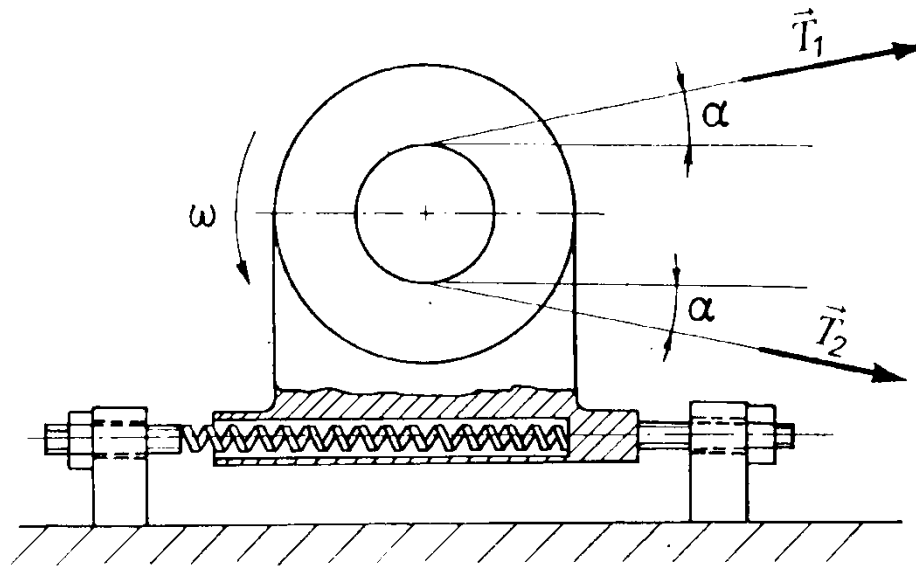
$$Qb_Q = T_1b_1 + T_2b_2$$



Forzamento della cinghia

A molla

$$F_M = (T_1 + T_2) \cos \alpha$$



Forzamento della cinghia

A base scorrevole

$$L_0 = \frac{d_1}{2}(\pi - 2\alpha) + \frac{d_2}{2}(\pi + 2\alpha) + 2\sqrt{i^2 - \left(\frac{d_2}{2} - \frac{d_1}{2}\right)^2} =$$
$$= \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \alpha(d_2 - d_1) + \sqrt{4i^2 - (d_2 - d_1)^2}$$

si ha inoltre: $\sin \alpha = \frac{d_2 - d_1}{2i}$

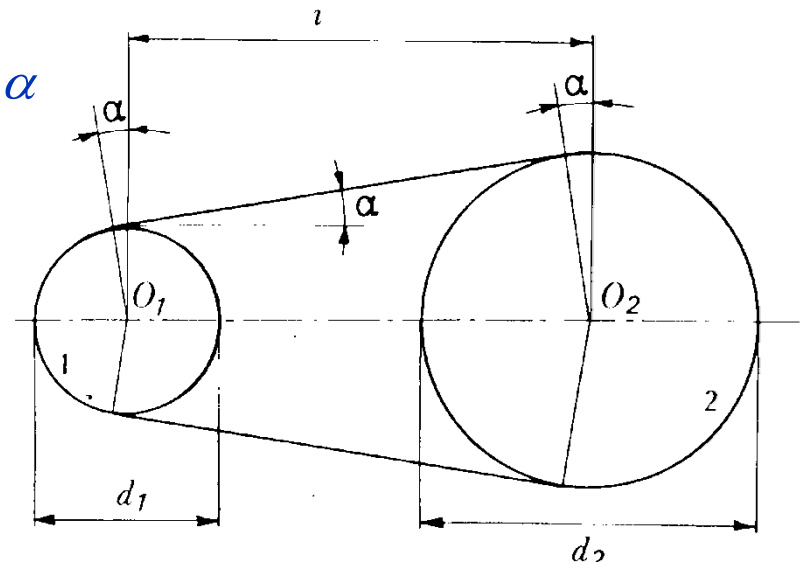
con buona approssimazione: $\Delta L_0 \cong 2\delta i \cos \alpha$

la tensione di forzamento:

$$T_0 = \frac{\Delta L_0 ES}{L_0} = \frac{2ES\delta i \cos \alpha}{L_0}$$

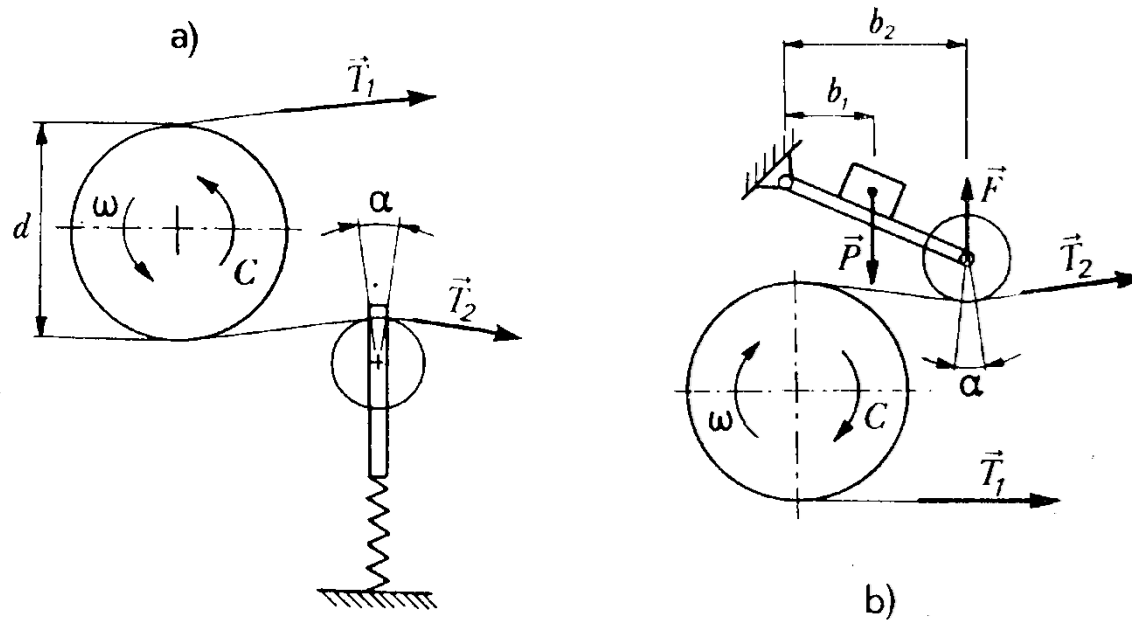
Si può adottare la relazione semplificata:

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$



Forzamento della cinghia

A rullo tenditore
tensioner pulley



$$F_P = 2 T_2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

a molla: $F_P = F_M$

a gravità $F_P = P \frac{b_1}{b_2}$

Potenza massima trasmissibile

La condizione di massima potenza trasmessa coincide con la condizione di scorrimento globale.

A parità di velocità angolare, la C_{max} si ha per : $\mathcal{G}^* = \beta_1$

$$\begin{cases} C_1 = (T_1 - T_2)r_1 \\ \frac{T_1 - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\beta_1} \end{cases} \Rightarrow W = C_1\omega_1 = C_1 \frac{V}{r_1}$$

potenza trasmessa dalla cinghia: $W = (e^{f\beta_1} - 1)V(T_2 - qV^2)$

Potenza massima trasmissibile

per un tenditore a molla:

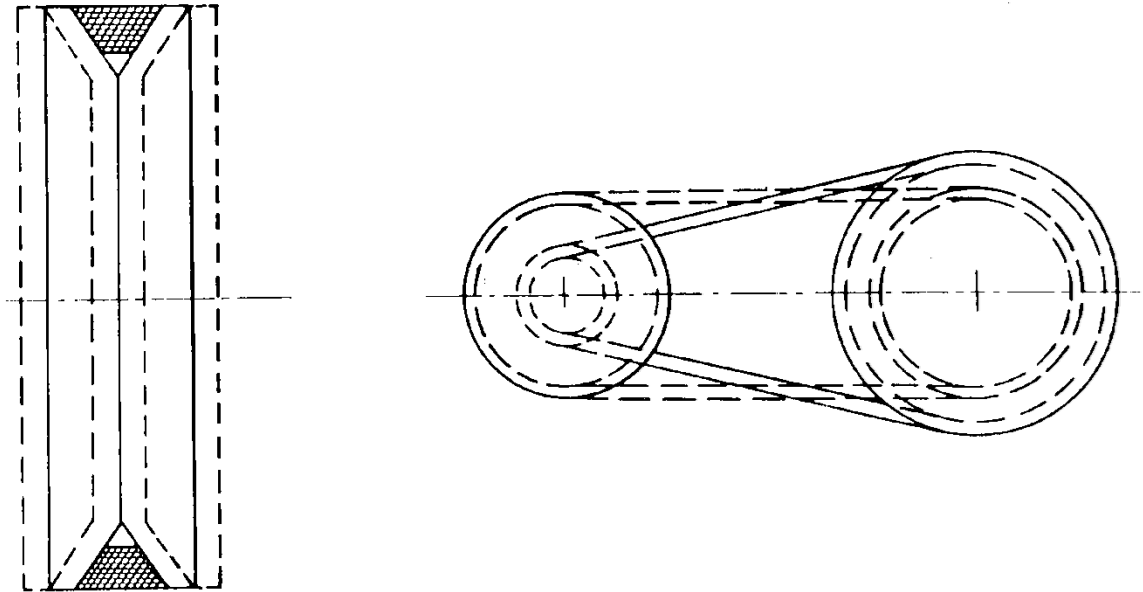
$$T_2 = \frac{F_M}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \quad \Rightarrow \quad W = (e^{f \beta_1} - 1) V \left(\frac{F_M}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} - q V^2 \right)$$

derivando: $\frac{dW}{dV} = 0$ per $V = \sqrt{\frac{F_M}{6q \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}}$

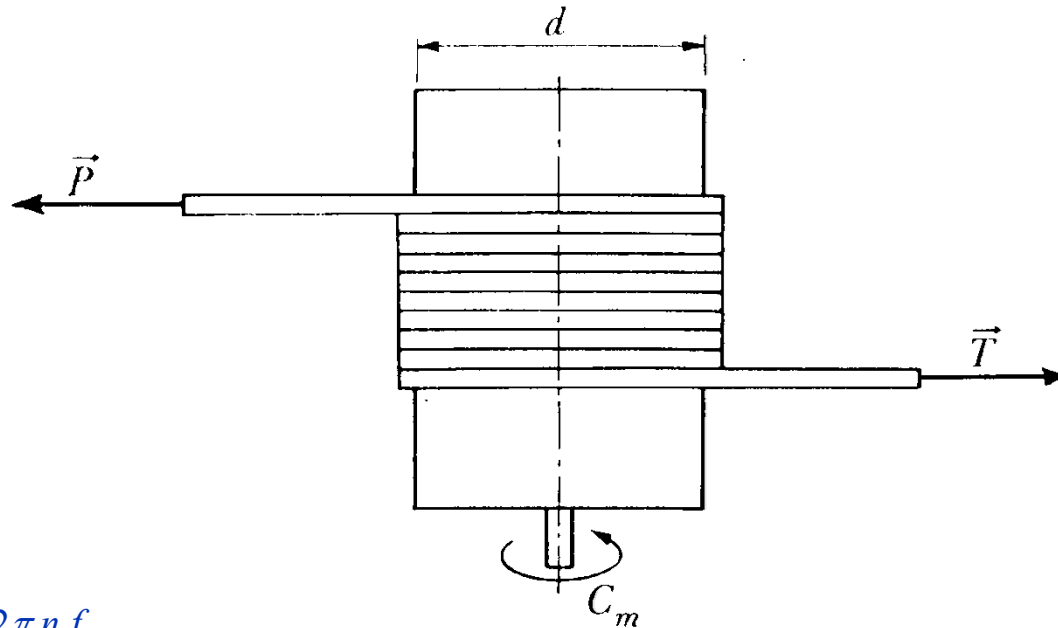
e quindi: $W_{MAX} = \frac{2F_M (e^{f \beta_1} - 1)}{3 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} (e^{f \beta_1} + 1)} \sqrt{\frac{F_M}{6q \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}}$

Trasmissione a rapporto di trasmissione variabile

1. trasmissione con *regolazione stazionaria*
2. trasmissione con *regolazione continua*



Cabestani



$$P = T e^{2\pi n f}$$

$$C_m = (P - T) \frac{d}{2}$$

Catene (chains)

- possibilità di trasmettere il moto sia tra assi vicini sia tra assi distanti;
- compattezza e facilità di installazione;
- flessibilità della trasmissione senza fenomeni di scorrimento;
- funzionamento in un campo alto di temperature.

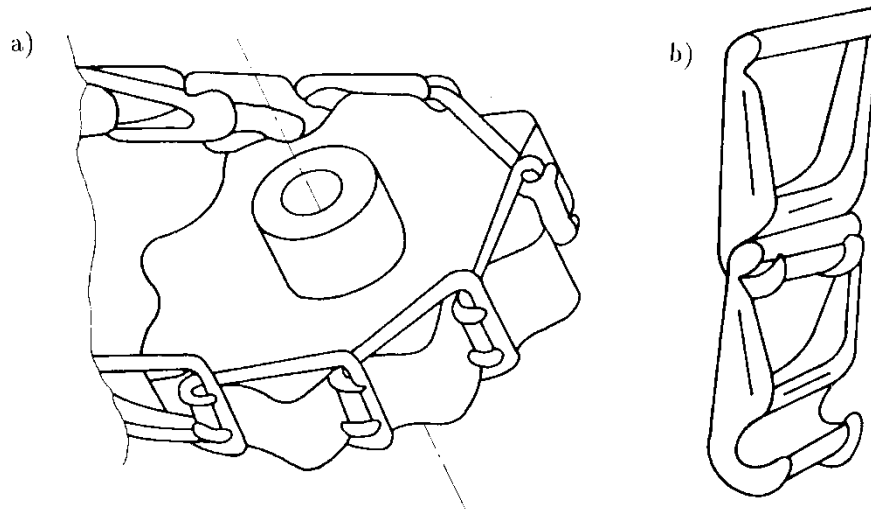
Catene ad anelli separabili Link chains separable

passo: 20 - 100 mm

$v_{\max} < 2 \text{ m/s}$

$T_{\max} < 3000 - 80000 \text{ N}$

$W_{\max} < 20 \text{ kW}$



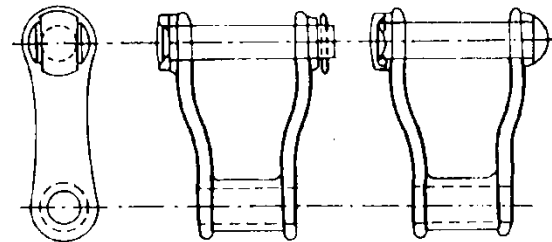
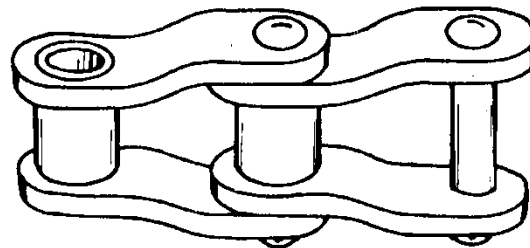
Catene a perni Chains pin

passo: 25 - 150 mm

$v_{\max} < 3 \text{ m/s}$

$T_{\max} < 15000 - 150000 \text{ N}$

$W_{\max} < 30 \text{ kW}$



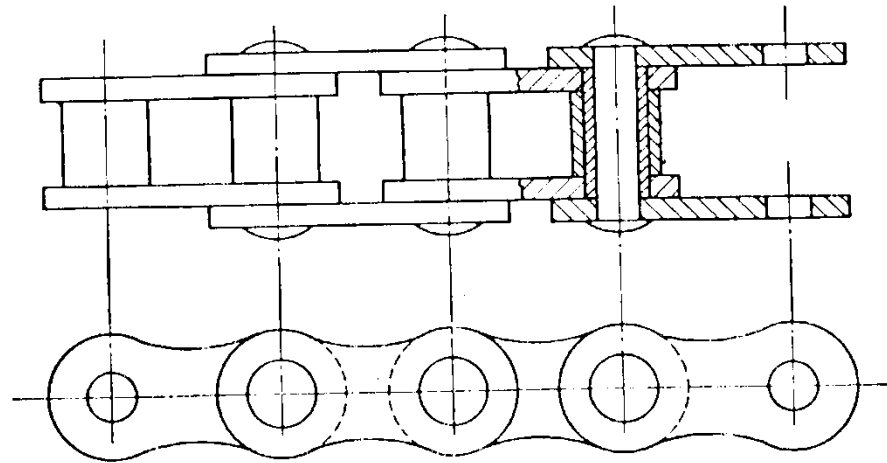
Catene a rulli Roller chains

passo: 5 - 75 mm

$v_{\max} < 10 - 15 \text{ m/s}$ (50 m/s)

$T_{\max} < 4000 - 600000 \text{ N}$

$W_{\max} < 1200 \text{ kW}$



Catene silenziose silent Chain

$v_{\max} < 25 - 30 \text{ m/s}$ (50 m/s)

$W_{\max} < 1200 - 2000 \text{ kW}$

